

國中數學

國中代數的地基， 九成埋在小學

伴伴辦學把國小到國中的數學整理成 2,505 個知識點，並逐一判定它們之間的先後關係，回答一個補教現場的老問題：孩子這一課學不會，到底該回去補哪一年

資料範圍 115 學年上學期・國小一年級至國中三年級・康軒／翰林／南一 三大版本



02 · Overview

孩子明明在補，為什麼還是不會

會考考什麼，我們前三期談過了。這一期換一個問題：**孩子明明在補，為什麼還是不會？**

伴伴辦學把國小一年級到國中三年級的數學，整理成 **2,505 個知識點**。每一個都是孩子真的要學會的單一觀念，像「什麼是公因數」「該先算乘除還是加減」這種顆粒度，不是章節名稱。

真正花工夫的是它們之間的關係。我們判定了 **738 條跨年級的先修關係**，也就是「要會這個，得先會那個」，每一條都寫得出理由。順著往回走，一堂國中的課，地基實際上鋪了幾年就看得出來。

27 冊

涵蓋**國小一年級～國中三年級**，
三大版本

2,505 個

數學知識點，一個就是一個觀念

738 條

跨年級先修關係，每條寫得出理由

122 個

國中主題可明確**追溯到國小**

6 年

最長回溯跨度：國一單元卡在小

92 %

國中**代數**掛得到國小先修

這一期回答三個問題

一、國中的課，地基埋多深？

636 個國中數學主題裡，122 個可以明確追溯到國小，回溯跨度最長 6 個年級。

二、哪一科最吃國小？

代數 92%、數與量 56%、幾何只有 21%。代數補不起來多半是國小的帳，幾何不是。

三、最深的瓶頸是什麼？

分配律。小三的「先加後乘」與小五的「分配律的意義」，各自往下扛著 7 個國中主題，是全表最高。

這份報告能幫你做什麼

補救老師：排補救課時，知道要往回退到哪一冊哪一單元，而不是從國一重上一遍。

機構管理者：在諮詢桌上跟家長解釋「為什麼要從小五開始補」，講得出依據。

家長：每一站都附一句今晚就能問孩子的檢查題，答不出來的那一站，就是該補的地方。

資料範圍與限制

本期僅涵蓋數學、115 學年上學期、康軒／翰林／南一三大版本。其他科目與下學期的跨年級先修路徑尚在建置中，本文不做延伸推論。

03 · Method

這些先後關係是怎麼判定的

這一期的每個結論，背後都是一句「要會這個，得先會那個」的判斷。所以先說清楚這些判斷怎麼來的，以及我們刻意**沒有**算進去什麼。

一、一個知識點是什麼

以課本的每一節為單位，往下拆到「一個孩子真的要學會的觀念」為止。例如國一上「正負數的乘除」這一節，會分成正負數乘法符號規則、特殊值的乘法性質、正負數四則混合運算等 7 個，每一個都寫下它的意思、怎樣才算學會，以及一句家長可以直接問的檢查題。

二、先後關係怎麼判定

分兩種。一種只是**課本的編排順序**：這一節剛好排在那一節後面。另一種才是**真正的先修**：這個知識點要成立，得先有前面某一年的哪個知識點，而且說得出為什麼，例如「四則運算的順序延伸到正負數的運算」。

本報告只採計第二種。

為什麼這份報告的數字比較保守

課本裡前後相鄰的知識點有 **3,671 組**，但那多半只是編排順序，不是真的非學不可的先後。如果把它們也算進來一路往上追，會得到「國三的幾何要回溯到小一數數」這種看起來很驚人、實際上沒有意義的結論，而且每個早期知識點看起來影響力都一樣大。

本報告只採計 **738 條說得出理由** 的跨年級先修關係。這樣數字會變小，但每一條都經得起被問一句「為什麼」。

一個必要的提醒

先修路徑說的是「知識結構上的先後」，不是「這孩子一定卡在這裡」。它縮小要找的範圍，不取代實際檢測。所以每一站我們都附上檢查題，讓判斷回到孩子身上。

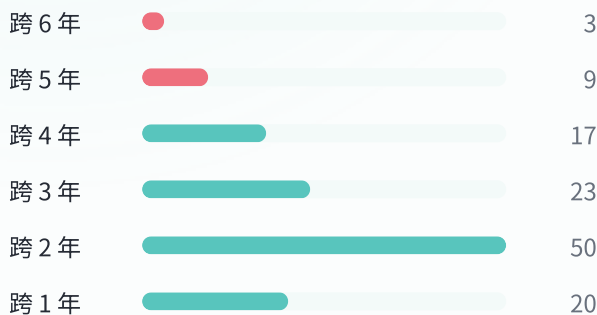
04・Finding 1

122 個國中主題，追得回國小

把 636 個國中數學主題逐一往回走，其中 **122 個 (19%)** 可以一路追到國小。這 122 個當中，回溯跨度的分布是這樣的：

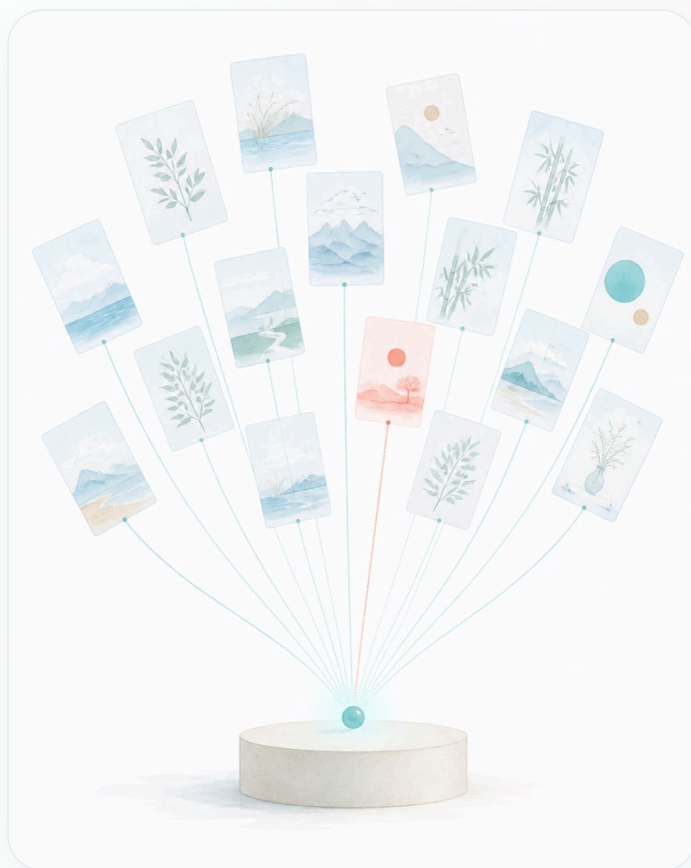
回溯跨度分布

從國中主題往回追，最早抵達的年級與它自己差幾年



怎麼讀這張圖

最常見的是**跨 2 年** (50 個)，也就是國一的內容卡在小五、小六。這正是最容易被忽略的區間：家長通常覺得「國小的都學過了」，而國中老師預設「這些應該會了」。



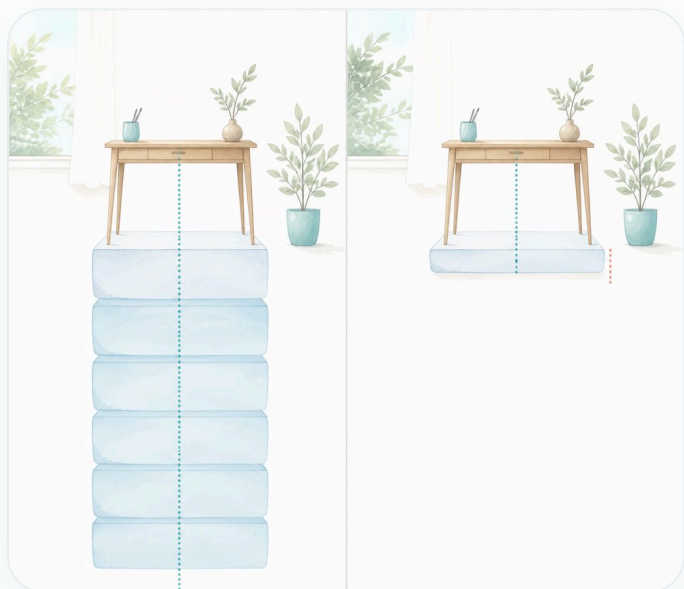
每一張卡片代表一個後面才學到的觀念，虛線往下收束到同一個早期知識點。這是先修圖譜最常出現的形狀：很多課，靠同一塊地基。

05・Finding 2

代數補不起來是國小的帳，幾何不是

把國中主題按領域拆開，差異大到不能忽略：

國中數學領域	主題數	有國小先修	比例
代數	229	211	92%
數與量	209	117	56%
統計與機率	24	11	46%
幾何	162	34	21%
關係	12	2	17%



同一張書桌，兩種地基。左邊是代數：底下疊著六層更早的觀念；右邊是幾何：地基只有一層。

這代表兩種完全不同的補救策略

代數 (92%)：孩子解不出一元一次方程式，往往不是不懂移項，而是分數、約分、四則運算順序那幾層沒鋪好。從國一重上一遍通常無效，因為每一次都會在同一個地方卡住。要往回退。

幾何 (21%)：多半是國中當下的帳。往回補國小單元幫助有限，該加強的是當下的圖形辨識、輔助線與推理表達。

現場最常見的浪費

把代數與幾何混在同一套「數學補救班」裡，用同樣的節奏上。結果是幾何的孩子被拖慢，代數的孩子繼續在同一個看不見的洞上打轉。

06・Finding 3

一個小學知識點，撐著七個國中主題

如果只能挑一個國小知識點來補，資料指向同一個答案：**分配律**。

國小知識點	年級・領域	往下扛著幾個國中主題
先加後乘的分配律應用	小三・代數	7
分配律的意義	小五・關係	7
約分的意義	小五・數與量	5
等值分數與最簡分數	小六・數與量	5
三位數乘法的展開原理	小三・數與量	5
分配律(乘對加)	小五・代數	5
基準量與比較量意義	小六・關係	4
四則併式列式解題	小五・數與量	4
四則混合算式計算	小四・數與量	4

為什麼是分配律

因為它是「數」跨到「式」的那道門。孩子在小學用它算 $6 \times 98 = 6 \times 100 - 6 \times 2$ ，到國中要用同一件事展開 $3(x+2)$ 、提公因式、乘法公式、因式分解。差別只在符號從數字換成字母。

如果小學階段只把分配律當成一個計算技巧背下來，而沒有理解「為什麼可以拆」，國中的式子運算就會變成一整片死背。

補習班可以怎麼用這張表

國中數學補救班開課前，先用這 9 個知識點做前測。它們的下游影響最廣，而且題目短、好測。測出來卡住的，就是這一期課該先補的地方。

注意

「扛著幾個」算的是**直接與間接的跨冊依賴**，不是題目數。它衡量的是結構上的重要性，不是考試占比。

07 · Chains

兩條走得完的路徑

抽象的統計不如一條看得見的路徑。下面兩條都是翰林版國一上的真實路徑，每一段的理由直接取自圖譜。

路徑一・回溯 6 個年級

國一上 1-3 正負數的乘除

國一 ● 正負數四則混合運算

1-3

當場問問孩子

算算看 $51-21 \div (2-9)$ 這種有括號的四則運算。

小五 ○ 四則運算順序延伸到正負數運算

6-1

四則運算優先順序規則

當場問問孩子

混合四則運算時，該先算乘除還是加減？

小四 ○ 先備先乘除後加減規則

8-2

先乘除後加減的情境

當場問問孩子

併式裡括號的那部分，在題目情境中代表什麼？

小三 ○ 先乘除後加減延伸自兩步驟解題策略

4-3

兩步驟應用題解題策略

當場問問孩子

拿到兩步驟購物題，能自己說出「先算什麼、再算什麼」嗎？

小二 ○ 兩步驟解題架構遷移

6-3

加減兩步驟應用

當場問問孩子

「有人離開後還剩幾人」，先算加法還是先算減法？

小一 ● 加減情境判斷是兩步驟應用基礎

7-4

加減情境判斷

當場問問孩子

「有 4 輛車又開來 2 輛」，車子變多還是變少？

路徑二・回溯 2 個年級

國一上 2-2 最大公因數與最小公倍數

國一 ● 公因數與最大公因數

2-2

當場問問孩子

能不能說明什麼是兩個數的『最大公因數』，並舉例說明兩數互質是什麼意思？

小六 ○ 複習公因數與最大公因數定義

1-3

公因數與最大公因數

當場問問孩子

可以請孩子列出 30 和 66 的公因數，並說出最大公因數是多少嗎？

小五 ● 延伸公因數概念至最大公因數

4-2

公因數的意義

當場問問孩子

可以請孩子說說看，什麼是兩個數的公因數嗎？

這一單元整組都是

翰林版國一上 2-2「最大公因數與最小公倍數」的 7 個知識點全部掛得到國小，是整學期地基最深的一個單元。這種單元只補當下，效果通常有限。

08 · For Parents

六個問題，今晚在餐桌上就能問完

先修路徑最實用的地方，是它把「數學不好」這句話，換成六個具體、可以在餐桌上問完的問題。



不需要考試，也不需要糾正。只要問，然後聽孩子怎麼說。

從國一往回問，答不出來的那一站就是答案

國一

算算看 $51-21 \div (2-9)$ 這種有括號的四則運算。

小五

混合四則運算時，該先算乘除還是加減？

小四

併式裡括號的那部分，在題目情境中代表什麼？

小三

拿到兩步驟購物題，能自己說出「先算什麼、再算什麼」嗎？

小二

「有人離開後還剩幾人」，先算加法還是先算減法？

小一

「有 4 輛車又開來 2 輛」，車子變多還是變少？

問的時候只做一件事

讓孩子說出過程，不是說出答案。答案對但講不出為什麼，那一站其實也沒站穩。

09 · Next

從一張圖，到孩子實際卡住的那一站

這一期的路徑不是印在紙上就結束。同一套圖譜做成了一個公開的互動工具，選出年級、版本與這學期正在上的單元，就會展開那一課的完整先修路徑，每一站都附上面那種檢查題。

先修地圖 · 免費、不需註冊

涵蓋康軒／翰林／南一，國小一年級到國中三年級，115 學年上學期數學。www.edubaania.com/taxonomy-map.html

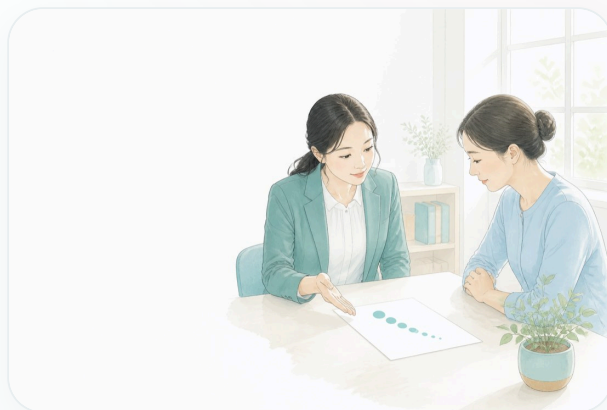
想知道孩子實際卡在哪一站

上面的問題你可以自己問。想省下那個功夫、也想知道其他科目的話，AIMii 的 15 分鐘學習體檢用的是同一套圖譜，測完直接給你一份從卡點那一站開始的補強路線。

預約免費試讀：加入官方 LINE @aimii

補習班 · 學校

這張地圖可掛貴單位招牌，同一套圖譜也能接進課程規劃與前後測。詳見機構／學校方案。



諮詢桌上攤得開的一張圖：不是說「我們很認真」，而是指著說明這個孩子的國一單元卡在哪一年的地基。